# הגדרנו

פונקציונלים: , מרחב הדואלי: , בסיס הדואלי: , העתקה דואלית ומתקיים

# דואלי שני

# משפט

יהי V נוצר סופית, אזי

## הערה

הוכחנו שאם אזי ⇦ ⇦ V ו איזומורפיים!

## הוכחה

נגדיר ע"י :

1. i לינארית:   
   ..........................
2. i איזומופריזם:
   1. (⇦1-1)
   2. , ⇦ אם ⇦ ⇦ i על

### הוכחה לא'

למה: יהי . קיים כך ש

⇦ א) אם ו מ-למה אזי כלומר

#### הוכחה ללמה

*, . נשלים v עד לבסיס . יהי . . מתקיים:*

##### הערות

1) אם V איננו נוצר סופית אזי לא חייב להיות איזומורפי לV. הוא מונומורפיזם() אבל i איננו חייב להיות על.

2) אם האיזומורפיזם לא תלוי בבחירה של בסיסים.  
איזומורפיזם שלא תלוי בבחירה של בסיסים נקרא איזומורפיזם טבעי(או קנוני)

# דוגמה

## תרגיל

מאפסים

# הגדרה

יהיו תת-מרחב(או תת-קבוצה). נקרא מאפס של W אם לכל .

נסמן ב

# משפט

1. תת מרחב(גם אם תת קבוצה)

(תנאי עבור 2 ו3)

1. אם תת מרחב אזי (יותר כללי: אם תת קבוצה אזי )
2. אם תת מרחב אזי (יותר כללי: אם תת קבוצה

## דוגמה

, ⇦ – מרחב הפתרונות ל.

## הוכחה

1. כך ש לכל ⇦ ⇦
2. *תת מרחב. נבחר בסיס . נשלים עד לבסיס ב. נקבל בסיס הדואלי .  
   :*
3. *כח לכל ⇦ לכל .*
4. *⬄*
5. *,   
   בפרט: אם ⇦ לכל   
   . לפי 2:  
   לכל תת מרחב*

## תרגיל

קבוצות. מתקיים:

אם , תת קבוצה אזי

## הוכחה

1. תת מרחב
2. תת קבוצה

מ1 ו2 נובע ש ⇦

1. כל מה שמאפס את מאפס גם את לכן ⇦

מזה ומ נובע ש ⇦